

# 双基地 MIMO 雷达多目标定位及幅相误差估计

刘晓莉, 廖桂生

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室, 陕西西安 710071)

**摘要:** 本文提出了一种存在幅相误差下的双基地 MIMO 雷达角度估计方法. 利用三次迭代最小二乘算法估计存在幅相误差下的收、发阵列流形, 根据信号子空间和噪声子空间的正交性, 无需幅相误差的任何信息, 采用 MUSIC-like 算法得到目标的 DOD 和 DOA, 且角度自动配对. 针对 MIMO 雷达孔径扩展的特点, 分别通过第一个发射阵元和第一个接收阵元的数据估计收发阵列的幅相误差. 与现有算法相比, 该方法角度估计的精度不依赖于幅相误差, 且能得到幅相误差估计的闭式解. 性能仿真表明该方法对幅相误差具有一定的容差性, 验证了其有效性和优越性.

**关键词:** 幅相误差; 双基地多输入多输出雷达; 多目标定位; MUSIC-like; 闭式解; 容差性

**中图分类号:** TN957      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 03-0596-06

## Multitarget Localization and Estimation of Gain-Phase Error for Bistatic MIMO Radar

LIU Xiao-li, LIAO Gui-sheng

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** An algorithm for joint estimation of angle and gain-phase error for bistatic MIMO radar is presented. Array manifolds associated with transmit and receive arrays in the presence of gain-phase errors can be obtained by tri-iterative least-square method. According to the orthogonality of the signal- and noise-subspace, the direction-of-arrivals (DOAs) and direction-of-departures (DODs) of targets are estimated by exploiting MUSIC-like algorithm without any priori knowledge of gain-phase error, and automatically paired. Based on the unique features of array aperture extension, the gain-phase errors are calculated by utilizing the data of the first transmit sensor and the first receive sensor respectively. Compared with the algorithm available, the bearing estimation precision is independent of the gain-phase errors. The gain-phase errors can be solved in closed-form. Performance simulations demonstrate the tolerance limit of the method proposed, as well as its effectiveness and superiority.

**Key words:** gain-phase error; bistatic MIMO radar; multitarget localization; MUSIC-like; closed-form; tolerance limit

### 1 引言

近年来,多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)<sup>[1~7]</sup> 雷达受到人们的广泛关注. 该雷达系统利用多个发射天线同时发射多个不相关或正交的信号, 多个接收天线同时接收信号. 由于每个接收天线都经过一个匹配滤波器组, 接收端输出信号的孔径得到了扩展, 与传统的相控阵雷达相比, MIMO 雷达具有更多的自由度、更高的角度分辨力及更好的抗干扰能力等优点. 就信号处理的方式而言, 目前 MIMO 雷达主要分为两大类: 一类是统计 (Statistic) MIMO 雷达<sup>[2]</sup>, 其特点是阵元间距较大, 可以从不同的视角观测目标, 从而获得发射和接收两方面的分集增益, 尤其是在信噪比较高时, 可使闪烁目标的检测性能有较大的提高; 另一类是相干 MI-

MO 雷达, 包括单基地 (Colocated) 和双基地 (Bistatic) MIMO 雷达. 这类雷达的阵元间距较小, 要求多个收、发阵元到目标射线近似平行, 且阵元间包络时延可忽略, 即满足窄带远场条件, 主要特点是利用虚拟孔径有效地提高了目标的可识别度和空域的滤波特性.

波达方向 (DOA) 是信号的重要空域参数, 在雷达、通信、声纳等许多领域中尤为重要. 文献 [8, 9] 分别提出了基于三次迭代和 Kalman 滤波的单基地 MIMO 雷达的角度估计方法. 文献 [10] 将 Capon 法应用到双基地 MIMO 雷达中, 但涉及到二维角度搜索, 运算量大, 计算复杂度高. 文献 [11] 提出了在收、发两端分别采用 ESPRIT 算法估计目标的离开角度 (Direction-of-Departure, DOD) 和到达角度 (Direction-of-Arrival, DOA), 但需要额外的角度配对, 在一定程度上增加了运算量. 在文献 [11] 的基

基础上,文献[12]提出了基于传播算子的多目标快速定位算法,利用联合对角化实现收发角度的自动配对.文献[13]根据 MIMO 雷达孔径扩展的特点,在发射端利用三天线的 ESPRIT 算法,构造波达方向矩阵,分别利用特征值和相应的特征矢量估计目标的 DOD 和 DOA,避免角度配对的同时有效地消除了色噪声.但上述算法均没有考虑收、发阵列的幅相误差<sup>[14]</sup>,而实际应用场合中,阵列的幅相误差往往是不可避免的.

本文研究的是双基地 MIMO 雷达多目标定位及幅相误差估计算法.考虑到收、发阵列均存在幅相误差时,通常的 MUSIC<sup>[15]</sup>和 ESPRIT 算法失效,提出了采用迭代最小二乘算法<sup>[8]</sup>分离出幅相误差下的收、发阵列流形,通过 MUSIC-like 算法估计目标的 DOD 和 DOA,且同一目标的 DOD 和 DOA 一一对应,避免了额外的角度配对.针对 MIMO 雷达孔径扩展的特点,利用幅相误差自校正算法分别得到收、发阵列的幅相误差估计的闭式解.

## 2 信号模型

收、发分置的双基地 MIMO 雷达,如图 1 所示, $M$  个发射阵元, $N$  个接收阵元,阵元间距分别为  $\Delta_t$  和  $\Delta_r$ .

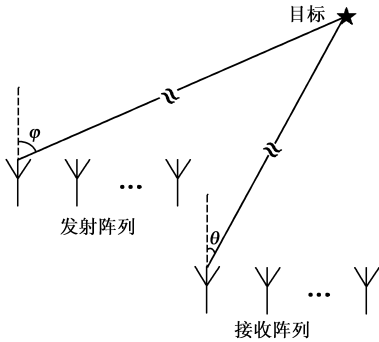


图1 双基地MIMO雷达示意图

假设空间存在  $P$  个远场目标,第  $i$  个目标相对发射阵列和接收阵列的角度分别记为  $\varphi_i$  和  $\theta_i$ ,即 DOD 和 DOA,则理想情况下的信号模型为

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^P \xi_i \mathbf{a}_r(\theta_i) \mathbf{a}_t^T(\varphi_i) \mathbf{S} e^{j2\pi f_d t_l} + \mathbf{N}, l = 1, \dots, L \quad (1)$$

其中  $\xi_i$  为目标的反射系数(reflection coefficient), $f_{di}$  为归一化多普勒频率,  $\mathbf{a}_r(\theta_i) = [1, e^{j2\pi \frac{\Delta_r}{\lambda} \sin \theta_i}, \dots, e^{j2\pi(N-1) \frac{\Delta_r}{\lambda} \sin \theta_i}]^T$  为接收导向矢量,  $\mathbf{a}_t(\varphi_i) = [1, e^{j2\pi \frac{\Delta_t}{\lambda} \sin \varphi_i}, \dots, e^{j2\pi(M-1) \frac{\Delta_t}{\lambda} \sin \varphi_i}]^T$  为发射导向矢量,  $(\cdot)^T$  表示转置,  $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_M]^T$ ,  $s_m$  表示第  $m$  个阵元发射的正交信号矢量,  $\mathbf{s}_m = [s_m(1), \dots, s_m(K)]^T$ , 且  $\mathbf{R}_s = \frac{1}{K} \mathbf{S} \mathbf{S}^H = \mathbf{I}$ ,  $K$  为快拍数,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置,  $\mathbf{N} \in \mathbf{C}^{N \times K}$  是方差为  $\sigma^2 \mathbf{I}_N$  的高斯白噪声矩阵,  $L$  表示脉冲数.

接收端匹配滤波器结构如图 2 所示.接收信号  $\mathbf{X}$  经匹配滤波后,可得

$$\mathbf{Z}(t_l) = \frac{1}{\sqrt{K}} \mathbf{X} \mathbf{S}^H = \sqrt{K} \sum_{i=1}^P \xi_i e^{j2\pi f_d t_l} \mathbf{a}_r(\theta_i) \mathbf{a}_t^T(\varphi_i) + \mathbf{W}(t_l) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{W}(t_l) = \frac{1}{\sqrt{K}} \mathbf{N} \mathbf{S}^H$  为滤波后的噪声矩阵.

将  $\mathbf{Z}(t_l)$  按列堆栈,可得

$$\mathbf{y}(t_l) = \text{vec}(\mathbf{Z}(t_l)) \quad (3)$$

其中  $\text{vec}(\cdot)$  表示将矩阵按列向量化.

则  $\mathbf{y}(t_l)$  的协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{y}(t_l) \mathbf{y}^H(t_l) \quad (4)$$

对  $\hat{\mathbf{R}}_y$  作特征分解,则相应的 MUSIC 谱估计为

$$P(\varphi, \theta) = \frac{1}{\mathbf{a}_r^H(\varphi, \theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}_r(\varphi, \theta)} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{a}_r(\varphi, \theta) = \mathbf{a}_t(\varphi) \otimes \mathbf{a}_r(\theta)$ ,  $\otimes$  表示 Kronecker 积,  $\mathbf{U}_n$  为小特征值对应的特征矢量.

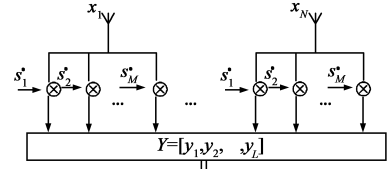


图2 接收端匹配滤波

## 3 本文算法

近年来,以 MUSIC 算法为代表的基于特征分解的高分辨波达方向估计算法在多个领域得到了广泛的应用,其高分辨性能得到了大家的认同,但子空间类算法优良的估计精度和分辨能力是建立在理想的数学理论模型的基础上.然而,在实际应用场合中,由于阵列误差的不可避免,实际的阵列流形往往出现一定的偏差或扰动,此时,通常的高分辨空间谱估计算法的性能会严重恶化<sup>[14]</sup>,甚至失效.这里主要考虑存在幅相误差的情况.

阵元通道的幅相误差是一种与方位无关的复增益误差,通常是由于接收通道内放大器的增益不一致造成的.通道的幅相误差矩阵可以用与方位无关的对角阵表示,即收、发阵列的幅相误差分别记为  $\mathbf{G}_r$  和  $\mathbf{G}_t$ .

当存在幅相误差时的信号模型为

$$\tilde{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^P \xi_i e^{j2\pi f_d t_l} \tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_i) \tilde{\mathbf{a}}_t^T(\varphi_i) \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中  $\tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_i) = \mathbf{G}_r \mathbf{a}_r(\theta_i)$ ,  $\tilde{\mathbf{a}}_t(\varphi_i) = \mathbf{G}_t \mathbf{a}_t(\varphi_i)$ .

匹配滤波后

$$\tilde{\mathbf{Z}}(t_l) = \frac{1}{\sqrt{K}} \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{S}^H = \sqrt{K} \sum_{i=1}^P \xi_i e^{j2\pi f_d t_l} \tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_i) \tilde{\mathbf{a}}_t^T(\varphi_i) + \mathbf{W}(t_l) \quad (7)$$

此时,若按式(5)进行角度估计,将出现角度的误差,而且涉及到两维角度搜索,运算量大。

### 3.1 DOD 及 DOA 估计

考虑用迭代算法,构造代价函数<sup>[8]</sup>

$$\begin{aligned} J(\tilde{\mathbf{A}}_r, \boldsymbol{\beta}(t_l), \tilde{\mathbf{A}}_t) &= \sum_{l=1}^L \|\tilde{\mathbf{Z}}(t_l) - \tilde{\mathbf{A}}_r \text{diag}(\boldsymbol{\beta}(t_l)) \tilde{\mathbf{A}}_t^T\|_F^2 \\ &= \sum_{l=1}^L \left\| \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) - \sum_{i=1}^P \boldsymbol{\beta}_i(t_l) \tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_i) \tilde{\mathbf{a}}_t^T(\varphi_i) \right\|_F^2 \\ &= \sum_{l=1}^L \text{tr}\{\boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Xi}^H\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\boldsymbol{\beta}(t_l) = [\beta_1(t_l), \dots, \beta_P(t_l)]^T$ ,  $\text{diag}(\cdot)$  表示对角化,  $\boldsymbol{\beta}_i(t_l) = \sqrt{K} \xi_i e^{j2\pi f_d t_l}$ ,  $\text{tr}(\cdot)$  为求迹操作算子,  $\boldsymbol{\Xi} = \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) - \sum_{i=1}^P \boldsymbol{\beta}_i(t_l) \tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_i) \tilde{\mathbf{a}}_t^T(\varphi_i)$ 。

式(8)包含了五个未知变量,若直接对其作五次迭代,一方面计算复杂,另一方面估计得到的  $\mathbf{G}_r, \mathbf{A}_r$  不唯一,这主要是由于  $\mathbf{G}\mathbf{A}_r = \mathbf{G}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{A}_r$ , 其中  $\boldsymbol{\Sigma}$  为可逆矩阵,由于  $\boldsymbol{\Sigma}$  的不唯一导致  $\mathbf{G}_r$  和  $\mathbf{A}_r$  估计的多样性,所以应将  $\mathbf{G}_r$  和  $\mathbf{A}_r, \mathbf{G}_t$  和  $\mathbf{A}_t$  分别联合估计。

简单起见,令  $\text{diag}(\boldsymbol{\beta}(t_l)) = \boldsymbol{\Pi}(t_l)$ , 则有  $\boldsymbol{\Pi}^H(t_l) = \boldsymbol{\Pi}^*(t_l)$ 。首先固定  $\tilde{\mathbf{A}}_r$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_t$ , 式(8)关于  $\boldsymbol{\beta}_i^*(t_l)$  求偏导,并令其为 0, 可得<sup>[16]</sup>

$$\tilde{\mathbf{a}}_r^H(\theta_i) \boldsymbol{\Xi} \tilde{\mathbf{a}}_t^*(\varphi_i) = 0 \quad (9)$$

其中  $(\cdot)^*$  表示共轭。

又因为

$$\tilde{\mathbf{a}}_r^H(\theta_i) \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \tilde{\mathbf{a}}_t^*(\varphi_i) = \tilde{\mathbf{a}}_r^H(\theta_i) \tilde{\mathbf{A}}_r \boldsymbol{\Pi}(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_t^H \tilde{\mathbf{a}}_t^*(\varphi_i) \quad (10)$$

定义

$$\mathbf{E} = (\tilde{\mathbf{A}}_r^H \tilde{\mathbf{A}}_r) \odot (\tilde{\mathbf{A}}_t^H \tilde{\mathbf{A}}_t) \quad (11)$$

和

$$f_i = \tilde{\mathbf{a}}_r^H(\theta_i) \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \tilde{\mathbf{a}}_t^*(\varphi_i) \quad (12)$$

其中  $\odot$  为 Hadamard 积, 则

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(t_l) = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{f}(t_l) \quad (13)$$

其次估计  $\tilde{\mathbf{A}}_r$ , 将式(8)关于  $\tilde{\mathbf{A}}_r^*$  求导并令其等于 0。

$$\sum_{l=1}^L [\tilde{\mathbf{A}}_r \boldsymbol{\Pi}(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_t^T - \tilde{\mathbf{Z}}(t_l)] \tilde{\mathbf{A}}_r^* \boldsymbol{\Pi}^*(t_l) = 0 \quad (14)$$

则  $\tilde{\mathbf{A}}_r$  的估计为

$$\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_r = \left[ \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_t^* \boldsymbol{\Pi}^*(t_l) \right] \left[ \sum_{l=1}^L \boldsymbol{\Pi}(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_t^T \tilde{\mathbf{A}}_t^* \boldsymbol{\Pi}^*(t_l) \right]^{-1} \quad (15)$$

同理,固定  $\tilde{\mathbf{A}}_r$  和  $\boldsymbol{\beta}(t_l)$ , 式(8)关于  $\tilde{\mathbf{A}}_t^*$  求导,可得

$$\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_t = \left[ \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{Z}}^T(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_r^* \boldsymbol{\Pi}^*(t_l) \right] \left[ \sum_{l=1}^L \boldsymbol{\Pi}^T(t_l) \tilde{\mathbf{A}}_r^T \tilde{\mathbf{A}}_r^* \boldsymbol{\Pi}(t_l) \right]^{-1} \quad (16)$$

迭代步骤:

(1) 初始化  $\tilde{\mathbf{A}}_r$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_t, \tilde{\mathbf{A}}_{r0}$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_{t0}$  分别从  $N$  维和  $M$  维的单位阵中任取  $P$  列;

(2) 固定  $\tilde{\mathbf{A}}_{r0}$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_{t0}$ , 将代价函数关于  $\boldsymbol{\beta}_i^*(t_l)$  求偏导, 得到  $\boldsymbol{\beta}(t_l)$  的估计;

(3) 固定  $\boldsymbol{\beta}(t_l)$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_{t0}$ , 估计  $\tilde{\mathbf{A}}_r$ ;

(4) 固定  $\boldsymbol{\beta}(t_l)$  和  $\tilde{\mathbf{A}}_r$ , 对代价函数求梯度, 从而得到  $\tilde{\mathbf{A}}_t$  的估计;

(5) 若  $\|J(t_l) - J(t_{l-1})\|_F \leq \epsilon, \epsilon \ll 1$ , 停止迭代, 否则跳转到(2)。

显然,估计得到的  $\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_r$  和  $\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_t$  包含了幅相误差的影响,考虑到信号子空间和噪声子空间的正交性, DOA 和 DOD 可通过如下算法估计(称之为 MUSIC-like 算法)。  $\mathbf{u}_i$  和  $\mathbf{v}_i$  分别表示  $\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_r$  和  $\hat{\tilde{\mathbf{A}}}_t$  的第  $i$  列, 则 DOA 可通过 MUSIC-like 算法进行估计

$$\hat{\theta}_i = \max_{\theta} \{ \tilde{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{P}_r(\theta_i) \tilde{\mathbf{u}}_i \} = \min_{\theta} \{ \tilde{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{P}_r^\perp(\theta_i) \tilde{\mathbf{u}}_i \} \quad (17)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \exp(j \cdot \text{angle}(\mathbf{u}_i)) \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_r(\theta_i) = \frac{\mathbf{a}_r(\theta_i) \mathbf{a}_r^H(\theta_i)}{\mathbf{a}_r^H(\theta_i) \mathbf{a}_r(\theta_i)} \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_r^\perp(\theta_i) = \mathbf{I}_M - \mathbf{P}_r(\theta_i) \quad (20)$$

$\text{angle}(\cdot)$  为取相角操作算子,  $\mathbf{I}_M$  表示  $M_r \times M_r$  维的单位阵,  $\mathbf{P}_r(\theta_i)$  为投影矩阵,  $\mathbf{P}_r^\perp(\theta_i)$  为  $\mathbf{P}_r(\theta_i)$  的正交补。

同理 DOD 的估计为

$$\hat{\varphi}_i = \min_{\varphi} \{ \tilde{\mathbf{v}}_i^H \mathbf{P}_t^\perp(\varphi_i) \tilde{\mathbf{v}}_i \} \quad (21)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \exp(j \cdot \text{angle}(\mathbf{v}_i)) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_t(\varphi_i) = \frac{\mathbf{a}_t(\varphi_i) \mathbf{a}_t^H(\varphi_i)}{\mathbf{a}_t^H(\varphi_i) \mathbf{a}_t(\varphi_i)} \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_t^\perp(\varphi_i) = \mathbf{I}_{M_t} - \mathbf{P}_t(\varphi_i) \quad (24)$$

$\mathbf{I}_{M_t}$  表示  $M_t \times M_t$  维的单位阵,  $\mathbf{P}_t(\varphi_i)$  为  $\mathbf{a}_t(\varphi_i)$  的投影矩阵,  $\mathbf{P}_t^\perp(\varphi_i)$  为  $\mathbf{P}_t(\varphi_i)$  的正交补。

### 3.2 收、发幅相误差的估计

不失一般性,收、发阵列均以第一个阵元为参考,并假设其幅相误差均为 1。

接收端的第一个阵元接收的信号为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{r1}(t_l) = \mathbf{G}_r \mathbf{A}_r(\varphi) \boldsymbol{\beta}(t_l) + \mathbf{n}_r(t_l) \quad (25)$$

则

$$\hat{\mathbf{R}}_{r1} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{r1}(t_l) \tilde{\mathbf{x}}_{r1}^H(t_l) = \mathbf{G}_r \mathbf{A}_r(\varphi) \mathbf{R}_\beta \mathbf{A}_r^H(\varphi) \mathbf{G}_r^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (26)$$

对  $\hat{\mathbf{R}}_{r1}$  作特征分解, 可得噪声子空间为  $\mathbf{U}_m$ , 相应的噪声投影矩阵为

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{U}_m \mathbf{U}_m^H \quad (27)$$

根据幅相误差自校正算法<sup>[14]</sup>,有

$$\hat{\mathbf{G}}_t = \arg \min_{\hat{\varphi}_i} \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_i^H(\hat{\varphi}_i) \mathbf{G}_t^H \mathbf{P}_m \mathbf{G}_t \mathbf{a}_i(\hat{\varphi}_i) \quad (28)$$

利用矩阵等式

$$\mathbf{G}_t \mathbf{a}_i(\hat{\varphi}_i) = \text{diag}(\mathbf{a}_i(\hat{\varphi}_i)) \text{vecd}(\mathbf{G}_t) \quad (29)$$

其中  $\text{vecd}(\cdot)$  表示提取矩阵的对角元素构成列向量.

则式(28)可进一步写成

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{G}}_t = \arg \min_{\hat{\varphi}_i} \boldsymbol{\delta}_i^H \boldsymbol{\Omega}_t(\hat{\varphi}_i) \boldsymbol{\delta}_i \\ \text{s.t. } \mathbf{c}^T \boldsymbol{\delta}_i = 1 \end{cases} \quad (30)$$

其中  $\boldsymbol{\delta}_i = \text{vecd}(\mathbf{G}_t)$ ,  $\mathbf{Q}_i(\hat{\varphi}_i) = \text{diag}(\mathbf{a}_i(\hat{\varphi}_i))$ ,  $\boldsymbol{\Omega}_t(\hat{\varphi}_i) = \sum_{i=1}^P \mathbf{Q}_i^H(\hat{\varphi}_i) \mathbf{P}_m \mathbf{Q}_i(\hat{\varphi}_i)$ ,  $\mathbf{c} = [1, \dots, 0]^T$ , 约束等式表示以第一个通道为参考.

利用拉格朗日乘子法求解式(30),有

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_t = \frac{\boldsymbol{\Omega}_t^{-1}(\hat{\varphi}_i) \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_t^{-1}(\hat{\varphi}_i) \mathbf{c}} \quad (31)$$

则发射阵列的幅相误差为

$$\hat{\mathbf{G}}_t = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}_t) \quad (32)$$

同理,第一个阵元发射全阵列接收时的信号为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{r,1}(t_l) = \mathbf{G}_r \mathbf{A}_r(\theta) \boldsymbol{\beta}(t_l) + \mathbf{n}_r(t_l) \quad (33)$$

则

$$\hat{\mathbf{R}}_{r,1} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{r,1}(t_l) \tilde{\mathbf{x}}_{r,1}^H(t_l) = \mathbf{G}_r \mathbf{A}_r(\theta) \mathbf{R}_p \mathbf{A}_r^H(\theta) \mathbf{G}_r^H + \zeta^2 \mathbf{I} \quad (34)$$

对  $\hat{\mathbf{R}}_{r,1}$  作特征分解,可得噪声子空间为  $\mathbf{U}_m$ , 相应的噪声子空间投影矩阵为

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{U}_m \mathbf{U}_m^H \quad (35)$$

根据信号子空间和噪声子空间的正交性,有

$$\hat{\mathbf{G}}_r = \arg \min_{\hat{\theta}_i} \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_r^H(\hat{\theta}_i) \mathbf{G}_r^H \mathbf{P}_m \mathbf{G}_r \mathbf{a}_r(\hat{\theta}_i) \quad (36)$$

利用式(29),式(36)可进一步写成

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{G}}_r = \arg \min_{\hat{\theta}_i} \boldsymbol{\delta}_r^H \boldsymbol{\Omega}_r(\hat{\theta}_i) \boldsymbol{\delta}_r \\ \text{s.t. } \mathbf{c}^T \boldsymbol{\delta}_r = 1 \end{cases} \quad (37)$$

其中  $\boldsymbol{\Omega}_r(\hat{\theta}_i) = \sum_{i=1}^P \mathbf{Q}_r^H(\hat{\theta}_i) \mathbf{P}_m \mathbf{Q}_r(\hat{\theta}_i)$ ,  $\boldsymbol{\delta}_r = \text{vecd}(\mathbf{G}_r)$ ,  $\mathbf{Q}_r(\hat{\theta}_i) = \text{diag}(\mathbf{a}_r(\hat{\theta}_i))$ , 从而有

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_r = \frac{\boldsymbol{\Omega}_r^{-1}(\hat{\theta}_i) \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_r^{-1}(\hat{\theta}_i) \mathbf{c}} \quad (38)$$

则接收阵列的幅相误差为

$$\hat{\mathbf{G}}_r = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}_r) \quad (39)$$

更一般地,可以利用各个接收阵元的数据对发射幅相误差进行平均估计,同理接收阵列的幅相误差用各个发射阵元的数据进行平均估计.

## 4 计算机仿真

仿真实验 1:白噪声背景下,双基地 MIMO 雷达,发射阵列和接收阵列的阵元数分别为  $M = 6$ ,  $N = 8$ , 各个阵元发射正交的 Hardmark 码波形,信噪比为  $SNR = 10\text{dB}$ ,快拍数为  $L = 100$ . 空间三个目标的入射角度为  $(\varphi_1, \theta_1) = (-20^\circ, -20^\circ)$ ,  $(\varphi_2, \theta_2) = (30^\circ, 0^\circ)$ ,  $(\varphi_3, \theta_3) = (0^\circ, 20^\circ)$ , 其反射系数和多普勒频率分别为  $\boldsymbol{\beta} = [1, 1, 1]^T$ ,  $\mathbf{f}_d = [100, 500, 2550]^T$ . 假设收发阵列均存在幅相误差,发射阵列的幅度服从高斯分布,方差为  $\sigma_t^2 = -10\text{dB}$ ,相位服从  $[-5, 5]$  之间均匀分布,接收阵列的幅度服从方差为  $\sigma_r^2 = -10\text{dB}$  的高斯分布,相位为  $[-3, 3]$  之间均匀分布.

图 3(a) 为 20 次蒙特卡洛实验的结果,图 3(b) 和图 3(c) 中 ‘○’ 表示幅度误差和相位误差的真值, ‘\*’ 表示幅度误差和相位误差的估计值. 由图 3 可知,本文算法可以有效地实现幅相误差下的多目标定位及收、发阵列幅相误差的估计.

仿真实验 2:(性能仿真)假设收发阵列均存在高斯分布的幅相误差,且发射阵列的均值为 0, 方差为  $-10\text{dB}$ ,接收阵列的均值为 0, 方差在  $(-40:5:-10)\text{dB}$  变化,考察 DOD 和 DOA 估计的均方根误差随接收幅相误差的变化曲线.

由图 4 可知,估计 DOA 和 DOD 的的均方根误差对接收幅相误差不敏感,当其方差从  $-40\text{dB}$  增加到  $-10\text{dB}$  时,角度估计的均方根误差变化不大,验证了本

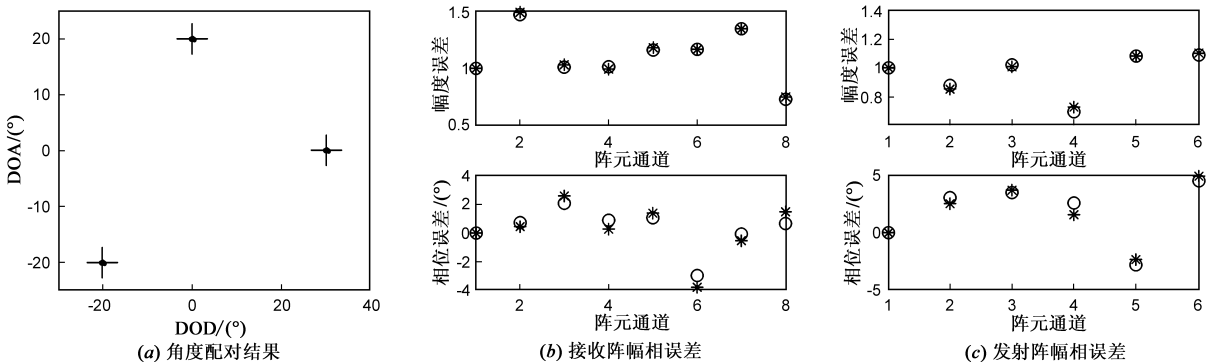


图 3 角度配对星座图及幅相误差的估计

文所提方法的有效性.

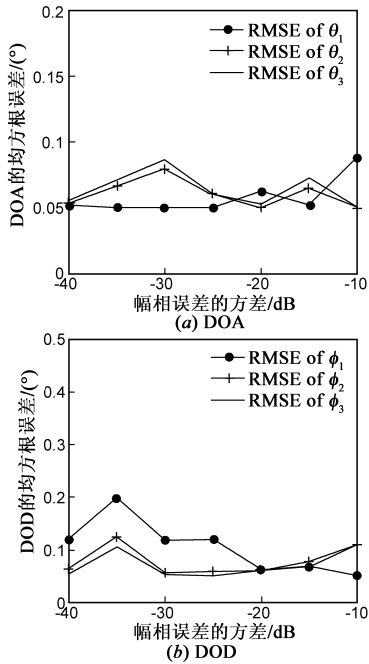


图4 角度估计的均方根误差随接收幅相误差的变化

仿真实验 3: 固定接收幅相误差的方差为  $-20\text{dB}$ , 考察 DOD 估计的均方根误差随发射幅相误差 ( $-40:5:-10$ )dB 的变化曲线.

由图 5 可知, 估计 DOA 和 DOD 的的均方根误差对发射幅相误差具有一定的容差性.

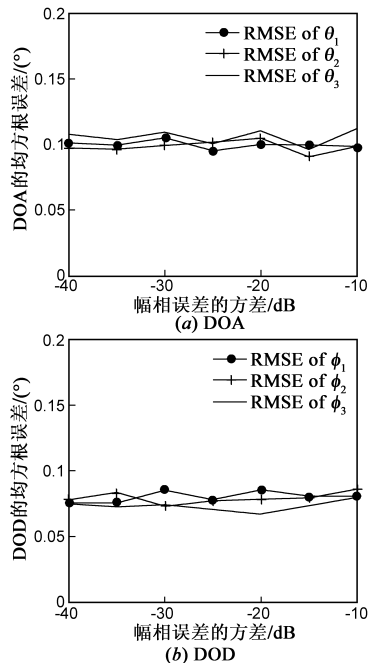


图5 角度估计的均方根误差随发射幅相误差的变化

## 5 结论

针对实际应用场合中, 常常存在幅相误差的情况, 提出了幅相误差下的双基地 MIMO 雷达多目标定位算

法. 首先利用三次迭代算法得到幅相误差下的收、发阵列流形, 然后根据信号子空间和噪声子空间的正交性, 采用 MUSIC-like 算法进行 DOD 和 DOA 的估计. 考虑到 MIMO 雷达孔径扩展的特征, 借助估计得到的 DOD 和 DOA, 分别通过单发多收和多发单收的数据实现收、发幅相误差的校正. 计算机仿真验证了所提方法的有效性, 表明该方法对幅相误差具有一定的稳健性.

## 参考文献

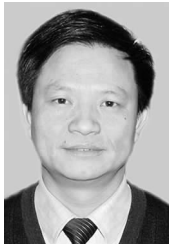
- [1] E Fishler, A Haimovich, R Blum, et al. MIMO radar: An idea whose time has come [A]. Proceedings of the IEEE Radar Conference [C]. Philadelphia, PA, USA, 2004. 71 - 78.
- [2] A M Haimovich, R Blum, L Cimini. MIMO radar with widely separated antennas [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(1): 116 - 129.
- [3] K W Forsythe, D W Bliss, G S Fawcett. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar: Performance issues [A]. Processing of the 38th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. Lexington, MA, USA, 2004. 310 - 314.
- [4] F C Robey, S Coutts, D Weikle, et al. MIMO radar theory and experimental results [A]. Conference Record of the 38th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. Lexington, MA, USA, 2004. 300 - 304.
- [5] D W Bliss, K W Forsythe. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and image: Degrees of freedom and resolution [A]. Proceedings 37th IEEE ACSSC Pacific Grove [C]. CA, USA, November 2003. 54 - 59.
- [6] E Fishler, A Haimovich, R Blum, et al. Performance of MIMO radar systems: Advantages of angular diversity [A]. Conference Record of the 38th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. NY, USA, 2004. 305 - 309.
- [7] 杨明磊, 陈伯孝, 张守宏, 等. 多载频 FMCW 在 MIMO 雷达中的应用研究 [J]. 电子学报, 2008, 36(12): 2351 - 2356. Yang Ming-lei, Chen Bo-xiao, Zhang Shou-hong, et al. Study on application of multiple carrier frequency FMCW in MIMO radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(12): 2351 - 2356. (in Chinese)
- [8] H Lv, D Z Feng, H W Liu, et al. Tri-iterative least-square method for bearing estimation in MIMO radar [J]. Signal Processing, 2009, 89(12): 2686 - 2691.
- [9] N Liu, L-R Zhang, J Zhang, et al. Direction finding of MIMO radar through ESPRIT and Kalman filter [J]. Electronics Letters, 2009, 45(17): 908 - 910.
- [10] H Yan, J Li, G Liao. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2008, 8(2): 1 - 8.
- [11] C Duofang, C Baixiao, Q Guodong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. Electronics Letters, 2008, 44

(12):770 – 771.

- [12] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664 – 1668.  
Chen Jin-li, Gu Hong, Su Wei-min. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(7): 1664 – 1668. (in Chinese)
- [13] M Jin, G Liao, J Li. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2009, 89(2): 244 – 251.
- [14] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 清华: 清华大学出版社, 2004. 434 – 435.
- [15] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276 – 280.
- [16] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 清华: 清华大学出版社, 2004. 287 – 295.

## 作者简介

**刘晓莉** 女, 1984 年 4 月生于浙江丽水, 现为西安电子科技大学信号与信息处理专业博士生. 主要研究方向为阵列信号处理, MIMO 雷达等. E-mail: liuxiaoli@mail.xidian.edu.cn



**廖桂生** 男, 1963 年 6 月生于广西桂林. 香港中文大学电子工程系高级访问学者, 应邀到英国曼彻斯特大学进行学术交流. 现为西安电子科技大学信号与信息处理学科博士生导师, 雷达信号处理国家重点实验室副主任. 先后主持和承担了国防 973 项目课题、国家“863”高新技术项目、国防科技预研、国家自然科学基金等十余项科研任务, 获省部级科技进步奖一等奖 1 项、二等奖 3 项、三等奖 1 项, 1996 年获光华科技三等奖, 1998 年获陕西省青年科技奖, 2004 年入选国家首批“新世纪百千万人才工程国家级人选”, 2008 年国家杰出青年科学基金获得者. 在国内外主要学术刊物上发表论文 120 余篇, 其中有 30 余篇已被 SCI 收录. 目前主要研究方向为分布式小卫星雷达系统、阵列信号处理、智能天线、空时二维信号处理以及地面运动目标检测等.

E-mail: gsliao@xidian.edu.cn